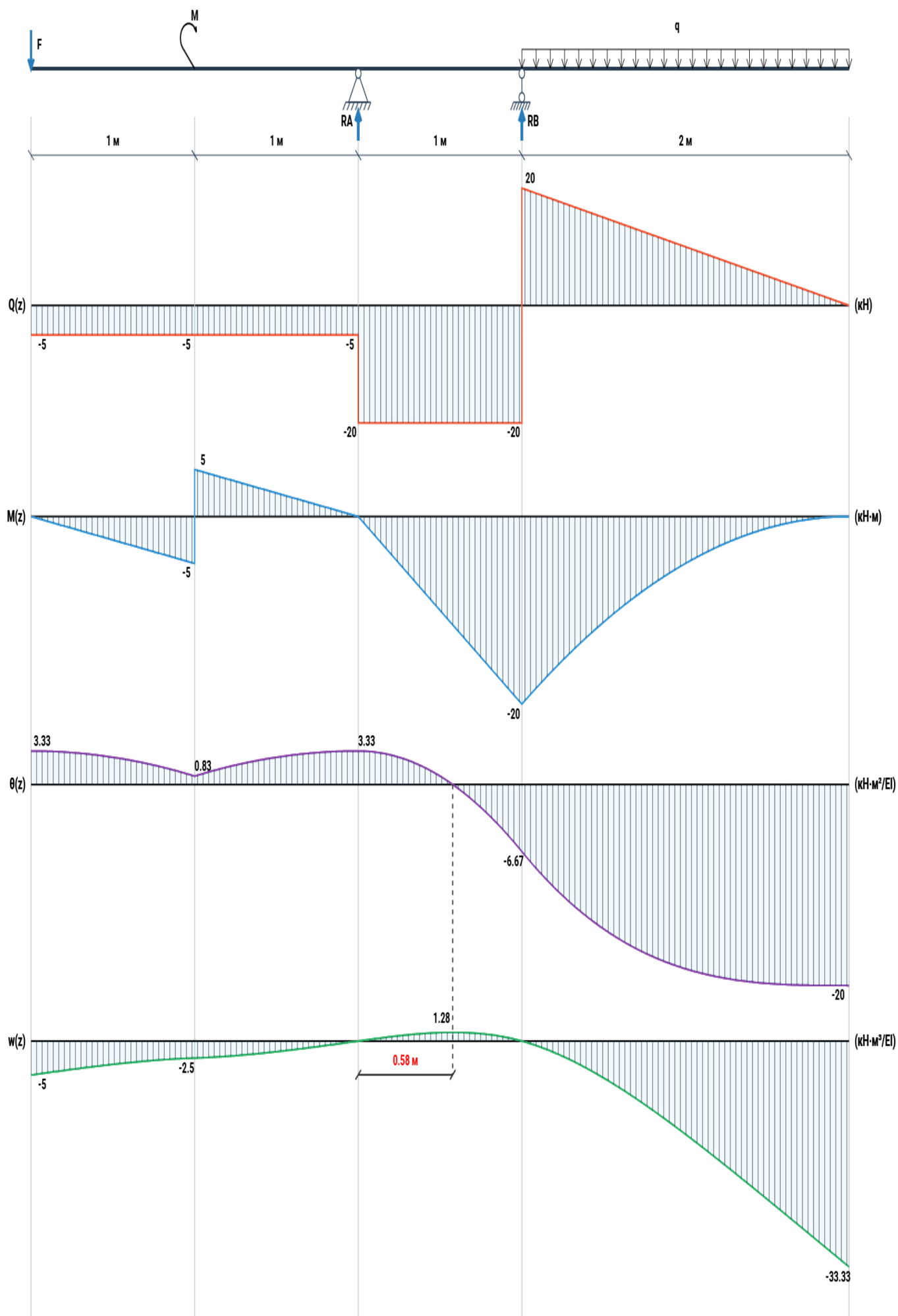




Дано:

$$q = 10 \text{ кН/м}, \quad F = 5 \text{ кН}, \quad M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Сумма моментов всех сил относительно точки В должна равняться нулю:

$$\sum MB = -R_A(1) - q \cdot (2) \cdot (1) + F \cdot (3) - M$$

$$= -1R_A - 10 \cdot (2) \cdot (1) + 5 \cdot (3) - 10$$

$$= -1R_A - 20 + 15 - 10$$

$$= -1R_A + 15 = 0 \Rightarrow$$

$$R_A = \frac{-15}{1} = -15 \text{ кН}$$

Сумма моментов всех сил относительно точки А должна равняться нулю:

$$\sum MA = R_B(1) - q \cdot (2) \cdot (2) + F \cdot (2) - M$$

$$= 1R_B - 10 \cdot (2) \cdot (2) + 5 \cdot (2) - 10$$

$$= 1R_B - 40 + 10 - 10$$

$$= 1R_B - 40 = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{40}{1} = 40 \text{ кН}$$

Проверка: сумма проекций всех сил на вертикальную ось должна равняться нулю:

$$\sum Y = R_A + R_B - q \cdot 2 - F = 0$$

$$= -15 + 40 - 20 - 5 = 0$$

$$25 - 25 = 0 \approx 0$$

Проверка пройдена

Пошаговый расчет построения эпюр

Начальные параметры

Начальные параметры θ_0 и w_0 определим из условия нулевых прогибов над опорами А и В.

1. Условие для опоры А (z = 2м)

Общее уравнение для прогиба:

$$EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z + RA \cdot \frac{(z - 2\text{м})^3}{6} - F \cdot \frac{z^3}{6} + M \cdot \frac{(z - 1\text{м})^2}{2} = 0$$

Подставим числовые значения:

$$EIw_0 + EI\theta_0 \cdot 2 - \frac{15 \cdot (2 - 2)^3}{6} - \frac{5 \cdot 2^3}{6} + \frac{10 \cdot (2 - 1)^2}{2} = 0$$

2. Условие для опоры В (z = 3м)

Общее уравнение для прогиба:

$$EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z + RA \cdot \frac{(z - 2м)^3}{6} + RB \cdot \frac{(z - 3м)^3}{6} - q \cdot \frac{(z - 3м)^4}{24} - F \cdot \frac{z^3}{6} + M \cdot \frac{(z - 1м)^2}{2} = 0$$

Подставим числовые значения:

$$EIw_0 + EI\theta_0 \cdot 3 - \frac{15 \cdot (3 - 2)^3}{6} + \frac{40 \cdot (3 - 3)^3}{6} - \frac{10 \cdot (3 - 3)^4}{24} - \frac{5 \cdot 3^3}{6} + \frac{10 \cdot (3 - 1)^2}{2} = 0$$

3. Система уравнений

После вычисления известных слагаемых и переноса их в правую часть, получаем систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} EIw_0 + EI\theta_0 \cdot 2 = 1.67 \\ EIw_0 + EI\theta_0 \cdot 3 = 5 \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем:

$$EI\theta_0 = 3.33 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

$$EIw_0 = -5 \text{ кН} \cdot \text{м}^3$$

Построение эпюр

Эпюра Q:

Участок 1 (0м ≤ z ≤ 1м):

$$Q(z) = -F$$

$$Q(0м) = -5 \text{ кН}$$

$$Q(1м) = -5 \text{ кН}$$

Участок 2 (1м ≤ z ≤ 2м):

$$Q(z) = -F$$

$$Q(1м) = -5 \text{ кН}$$

$$Q(2м) = -5 \text{ кН}$$

Участок 3 (2м ≤ z ≤ 3м):

$$Q(z) = RA \cdot (z - 2м) - F$$

$$Q(2м) = -20 \text{ кН}$$

$$Q(3м) = -20 \text{ кН}$$

Участок 4 (3м ≤ z ≤ 5м):

$$Q(z) = RA \cdot (z - 2м) + RB \cdot (z - 3м) - q \cdot (z - 3м) - F$$

$$Q(3м) = 20 \text{ кН}$$

$$Q(5м) = 0 \text{ кН}$$

Эпюра M:

Участок 1 (0м ≤ z ≤ 1м):

$$M(z) = -F \cdot z$$

$$M(0м) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(1м) = -5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок 2 (1м ≤ z ≤ 2м):

$$M(z) = -F \cdot z + M$$

$$M(1м) = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(2м) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок 3 (2м ≤ z ≤ 3м):

$$M(z) = RA \cdot (z - 2м) - F \cdot z + M$$

$$M(2м) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(3м) = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок 4 (3м ≤ z ≤ 5м):

$$M(z) = RA \cdot (z - 2м) + RB \cdot (z - 3м) - q \cdot \frac{(z - 3м)^2}{2} - F \cdot z + M$$

$$M(3м) = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(5м) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Эпюра EIθ:

Участок 1 (0м ≤ z ≤ 1м):

$$EI\theta(z) = EI\theta_0 - F \cdot \frac{z^2}{2}$$

$$EI\theta(0м) = 3.33 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

$$EI\theta(1м) = 0.83 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

Участок 2 ($1\text{ м} \leq z \leq 2\text{ м}$):

$$EI\theta(z) = EI\theta_0 - F \cdot \frac{z^2}{2} + M \cdot (z - 1\text{ м})$$

$$EI\theta(1\text{ м}) = 0.83 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

$$EI\theta(2\text{ м}) = 3.33 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

Участок 3 ($2\text{ м} \leq z \leq 3\text{ м}$):

$$EI\theta(z) = EI\theta_0 + RA \cdot \frac{(z - 2\text{ м})^2}{2} - F \cdot \frac{z^2}{2} + M \cdot (z - 1\text{ м})$$

$$EI\theta(2\text{ м}) = 3.33 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

$$EI\theta(3\text{ м}) = -6.67 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

На этом участке эпюра $EI\theta$ пересекает горизонтальную ось:

$$EI\theta(z) = EI\theta_0 + RA \cdot \frac{(z - 2\text{ м})^2}{2} - F \cdot \frac{z^2}{2} + M \cdot (z - 1\text{ м}) = 0 \Rightarrow z = 2.58 \text{ м}$$

На этом пересечении эпюра EIw достигает максимального прогиба при $z = 2.58\text{ м}$.

Участок 4 ($3\text{ м} \leq z \leq 5\text{ м}$):

$$EI\theta(z) = EI\theta_0 + RA \cdot \frac{(z - 2\text{ м})^2}{2} + RB \cdot \frac{(z - 3\text{ м})^2}{2} - q \cdot \frac{(z - 3\text{ м})^3}{6} - F \cdot \frac{z^2}{2} + M \cdot (z - 1\text{ м})$$

$$EI\theta(3\text{ м}) = -6.67 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

$$EI\theta(5\text{ м}) = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

Эпюра EIw :

Участок 1 ($0\text{ м} \leq z \leq 1\text{ м}$):

$$EIw(z) = EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z - F \cdot \frac{z^3}{6}$$

$$EIw(0\text{ м}) = -5 \text{ кН} \cdot \text{м}^3$$

$$EIw(1\text{ м}) = -2.5 \text{ кН} \cdot \text{м}^3$$

Участок 2 ($1\text{ м} \leq z \leq 2\text{ м}$):

$$EIw(z) = EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z - F \cdot \frac{z^3}{6} + M \cdot \frac{(z - 1\text{ м})^2}{2}$$

$$EIw(1\text{ м}) = -2.5 \text{ кН} \cdot \text{м}^3$$

$$EIw(2\text{ м}) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}^3$$

Участок 3 ($2\text{ м} \leq z \leq 3\text{ м}$):

$$EIw(z) = EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z + RA \cdot \frac{(z-2_{\mathcal{M}})^3}{6} - F \cdot \frac{z^3}{6} + M \cdot \frac{(z-1_{\mathcal{M}})^2}{2}$$

$$EIw(2_{\mathcal{M}}) = 0 \; \kappa H \cdot \mathcal{M}^3$$

$$EIw(2.58_{\mathcal{M}}) = 1.28 \; \kappa H \cdot \mathcal{M}^3$$

$$EIw(3_{\mathcal{M}}) = 0 \; \kappa H \cdot \mathcal{M}^3$$

Участок 4 (3м ≤ z ≤ 5м):

$$EIw(z) = EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z + RA \cdot \frac{(z-2_{\mathcal{M}})^3}{6} + RB \cdot \frac{(z-3_{\mathcal{M}})^3}{6} - q \cdot \frac{(z-3_{\mathcal{M}})^4}{24} - F \cdot \frac{z^3}{6} + M \cdot \frac{(z-1_{\mathcal{M}})^2}{2}$$

$$EIw(3_{\mathcal{M}}) = 0 \; \kappa H \cdot \mathcal{M}^3$$

$$EIw(5_{\mathcal{M}}) = -33.33 \; \kappa H \cdot \mathcal{M}^3$$