Результаты расчета

1. Исходные данные

$$x(t) = -2 + 5 \cdot \sin(\pi \cdot \mathrm{t}) \quad (м)$$

$$y(t) = 3 + 5 \cdot \cos(\pi \cdot \mathrm{t}) \quad (м)$$

$$t_1 = 1.50 \quad с$$

2. Определяем уравнение траектории точки

В уравнениях движения исключаем параметр t. Используем основное тригонометрическое тождество:
$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1.$

Из уравнения для x(t) получаем:

$$\sin(\pi \cdot \mathrm{t}) = \frac{x + 2}{5}$$

Из уравнения для y(t) получаем:

$$\cos(\pi \cdot \mathrm{t}) = \frac{y - 3}{5}$$

Возводим обе стороны в квадрат и складываем:

$$\left(\frac{x + 2}{5}\right)^2 + \left(\frac{y - 3}{5}\right)^2 = \sin^2(\pi \cdot \mathrm{t}) + \cos^2(\pi \cdot \mathrm{t})$$

Таким образом, получаем уравнение траектории (эллипс):

$$\left(\frac{x + 2}{5}\right)^2 + \left(\frac{y - 3}{5}\right)^2 = 1$$

3. Координаты точки М в момент времени t_1

В момент времени $t_1 = 1.50$ с, координаты точки М:

$$x(1.50) = -2 + 5 \cdot \sin(\pi \cdot 1.5) = -7\,м$$

$$y(1.50) = 3 + 5 \cdot \cos(\pi \cdot 1.5) = 3\,м$$

Точка $M(-7, 3)$

4. Скорость точки

Проекции скорости на оси координат:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 5 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot \mathrm{t})\ \frac{м}{с}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -\left(5 \cdot \pi \cdot \sin(\pi \cdot \mathrm{t})\right)\ \frac{м}{с}$$

В момент времени t_1:

$$v_x(1.50) = -0\,\frac{м}{с}$$

$$v_y(1.50) = 15.71\,\frac{м}{с}$$

Модуль полной скорости:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-0)^2 + (15.71)^2} = 15.71\,\frac{м}{с}$$

5. Ускорение точки

Проекции ускорения на оси координат:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\left(5 \cdot \pi^2 \cdot \sin\left(\pi \cdot \mathrm{t}\right)\right)\ \frac{м}{с^2}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\left(5 \cdot \pi^2 \cdot \cos\left(\pi \cdot \mathrm{t}\right)\right)\ \frac{м}{с^2}$$

В момент времени t_1:

$$a_x(1.50) = 49.35\,\frac{м}{с^2}$$

$$a_y(1.50) = 0\,\frac{м}{с^2}$$

Модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(49.35)^2 + (0)^2} = 49.35\,\frac{м}{с^2}$$

Касательное ускорение:

$$a_\tau = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v} = \frac{(-0) \cdot (49.35) + (15.71) \cdot (0)}{15.71} = 0\,\frac{м}{с^2}$$

Нормальное ускорение:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{49.35^2 - 0^2} = 49.35\,\frac{м}{с^2}$$

Радиус кривизны траектории:

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{15.71^2}{49.35} = 5\,м$$

6. Характер движения точки

Для определения характера движения вычислим скалярное произведение векторов скорости и ускорения:

$$(\vec{v} \cdot \vec{a}) = v_x a_x + v_y a_y = (-0) \cdot (49.35) + (15.71) \cdot (0) = 0$$

Так как скалярное произведение $(\vec{v} \cdot \vec{a}) = 0$, то движение точки в данный момент времени является **равномерное**.

В этот момент касательное ускорение равно нулю ($\vec{a}_\tau = 0$), а вектор полного ускорения ($\vec{a}$) перпендикулярен вектору скорости ($\vec{v}$). Модуль скорости точки **не изменяется**.

7. Таблица точек для построения траектории

№	t (с)	x(t) (м)	y(t) (м)
1	1.20	-4.94	-1.05
2	1.30	-6.05	0.06
3	1.40	-6.76	1.45
4	1.50	-7	3
5	1.60	-6.76	4.55
6	1.70	-6.05	5.94
7	1.80	-4.94	7.05

8. Графики

График траектории с вектором скорости

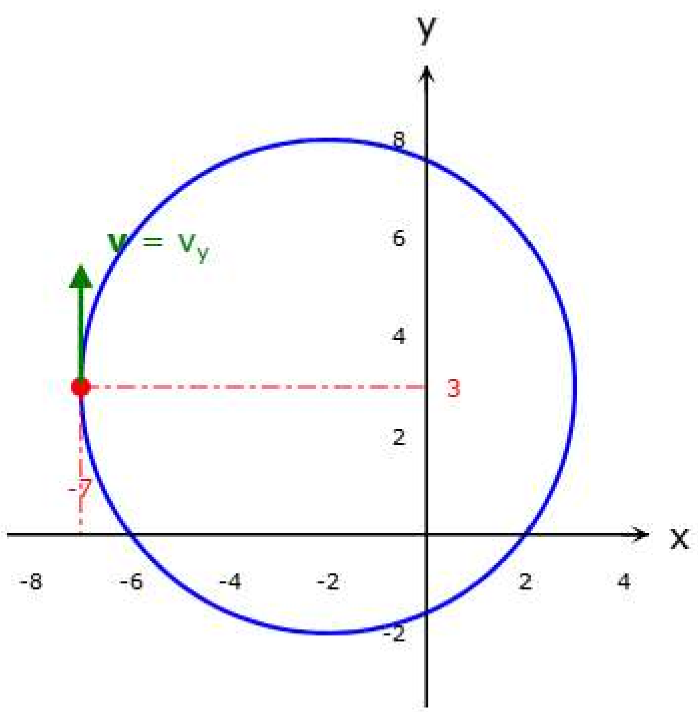
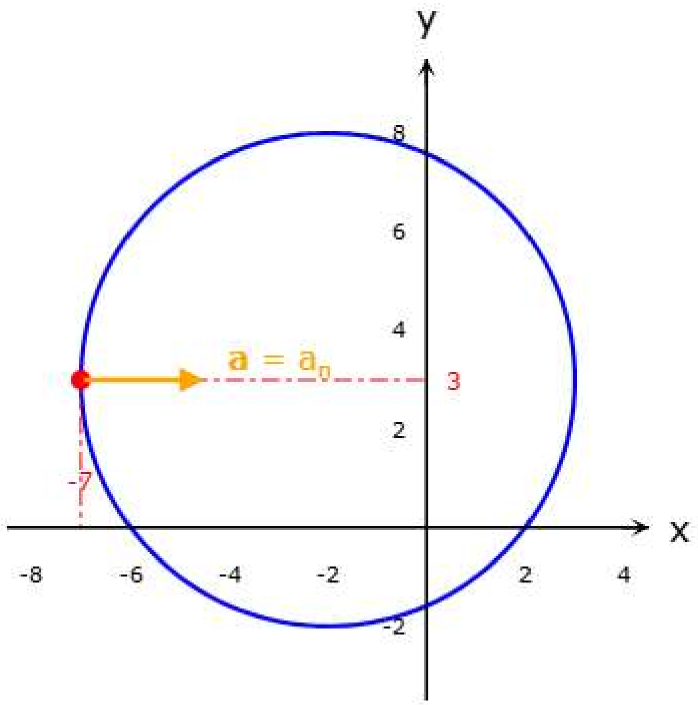


График траектории с векторами ускорений



Объяснение построения векторов

На графиках представлены следующие векторы, построенные в точке M:

- **Вектор скорости $\vec{v}$ (зелёный)**: Всегда направлен по касательной к траектории. Его вычисленные координаты: $v_x = -0$, $v_y = 15.71$.
- **Вектор полного ускорения $\vec{a}$ (красный)**: Определяется как вторая производная радиус-вектора по времени. Его координаты: $a_x = 49.35$, $a_y = 0$.
- **Касательное ускорение $\vec{a}_\tau$ (фиолетовый)**: Компонента полного ускорения, направленная вдоль вектора скорости (или против него). Характеризует изменение **величины** (модуля) скорости.
- **Нормальное ускорение $\vec{a}_n$ (оранжевый)**: Компонента полного ускорения, перпендикулярная вектору скорости. Характеризует изменение **направления** скорости и всегда направлена к центру кривизны траектории.