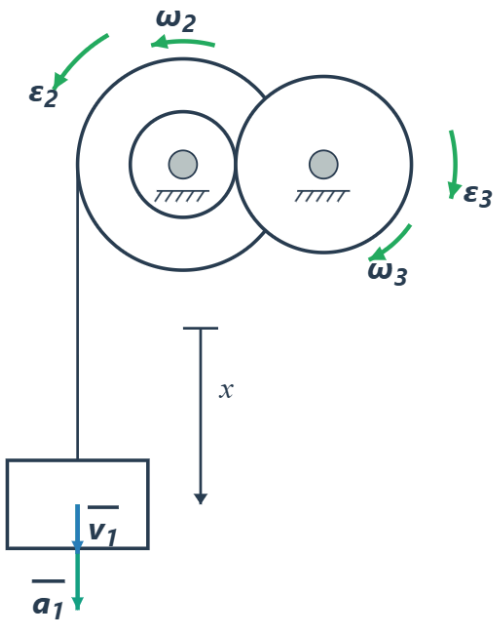


Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Решение:

Изображаем расчетную схему, на которой показываем кинематическую связь между телами.

На расчетной схеме показан передаточный механизм, который состоит из: Блок (груз) 1, Двухступенчатый шкив 2, Одноступенчатый шкив 3.



Дано:

r_2	R_2	r_3	R_3	$S, м$	Закон движения
м					
0,40	1,20	-	0,80	0,40	$t^2 + 0.2$

Нахождение времени для пути $S = 0.40$ м:

$$v_1(t) = \frac{ds_1}{dt} = 2t$$

$$a_1(t) = \frac{dv_1}{dt} = 2$$

$$S_1(t) = t^2 + 0.2$$

$$S_1(t) = 0.40$$

$$t^2 + 0.2 = 0.40 \implies t = 0.45 \text{ c}$$

Численные значения для $t = 0.45 \text{ c}$:

$$s_1(t) = t^2 + 0.2$$

$$s_1(0.45) = 1(0.45)^2 + 0.2 = 0.40 \text{ м}$$

$$v_1(t) = 2t$$

$$v_1(0.45) = 2(0.45) = 0.89 \text{ c}^{-1}$$

$$a_1(t) = 2$$

$$a_1(0.45) = 2 = 2.00 \text{ c}^{-2}$$

Кинематический анализ выбранных точек:

$$V_{2R} = V_1; \quad a_{2R}^\tau = a_1; \quad \omega_2 = \frac{V_1}{R_2}; \quad \varepsilon_2 = \frac{a_1}{R_2}$$

$$V_{2r} = \frac{V_1 \cdot r_2}{R_2}; \quad a_{2r}^\tau = \frac{a_1 \cdot r_2}{R_2}; \quad V_{3R} = \frac{V_1 \cdot r_2}{R_2}; \quad a_{3R}^\tau = \frac{a_1 \cdot r_2}{R_2}$$

$$\omega_3 = \frac{V_1 \cdot r_2}{R_2 \cdot R_3}; \quad \varepsilon_3 = \frac{a_1 \cdot r_2}{R_2 \cdot R_3}$$

Расчет для точки М на теле 3

1. Угловая скорость (ω):

$$\omega_3 = \frac{V_1 \cdot r_2}{R_2 \cdot R_3} = \frac{0.894 \cdot 0.400}{1.200 \cdot 0.800} = 0.373 \text{ c}^{-1}$$

2. Угловое ускорение (ε):

$$\varepsilon_3 = \frac{a_1 \cdot r_2}{R_2 \cdot R_3} = \frac{2.000 \cdot 0.400}{1.200 \cdot 0.800} = 0.833 \text{ c}^{-2}$$

3. Скорость точки М (V):

$$V_M = |\omega_3| \cdot R_3 = 0.373 \cdot 0.800 = 0.298 \text{ м/с}$$

Вектор скорости V направлен по касательной к траектории точки в сторону вращения тела (в сторону угловой скорости ω_3).

4. Нормальное ускорение точки М (a^n):

$$a_M^n = \omega_3^2 \cdot R_3 = 0.373^2 \cdot 0.800 = 0.111 \text{ м/с}^2$$

Вектор нормального ускорения a^n всегда направлен от точки М к центру вращения тела.

5. Тангенциальное ускорение точки М (a^τ):

$$a_M^\tau = |\varepsilon_3| \cdot R_3 = 0.833 \cdot 0.800 = 0.667 \text{ м/с}^2$$

Вектор тангенциального ускорения a^τ направлен по касательной в сторону вращения (сонаправлен с вектором скорости V), так как движение ускоренное.

6. Полное ускорение точки М (a):

$$a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^\tau)^2} = \sqrt{0.111^2 + 0.667^2} = 0.676 \text{ м/с}^2$$

7. Угол вектора полного ускорения (μ):

$$\tan(\mu) = \frac{|a_M^\tau|}{a_M^n} = \frac{|\varepsilon_3|}{\omega_3^2} = \frac{0.833}{0.373^2} \Rightarrow \mu = 80.54^\circ$$

Угол μ определяет отклонение вектора полного ускорения $\mathbf{a}$ от направления нормального ускорения $\mathbf{a}^n$ (т.е. от радиуса, проведенного к точке М).

Передаточные числа:

$$i_{2 \rightarrow 3} = \frac{|\varepsilon_3|}{|\varepsilon_2|} = \frac{r_2}{R_3} = 0.500$$

Движение ускоренное (направления ω и ε совпадают).

Кинематическая диаграмма для точки М на теле 3

