



Дано:

$$q = 10 \text{ кН/м}, \quad F = 5 \text{ кН}, \quad M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Проверка: сумма проекций всех сил на горизонтальную ось должна равняться нулю:

$$\sum X = R_A x + F \cdot \cos(45^\circ) = 0$$

$$= R_A x + 3.54 = 0$$

$$R_A x + 3.54 = 0 \Rightarrow$$

$$R_A x = -3.54 \text{ кН}$$

Сумма моментов всех сил относительно точки В должна равняться нулю:

$$\sum MB = -R_A(1) + q \cdot (1) \cdot (0.5) + F \cdot \sin(45^\circ) \cdot (3) - M$$

$$= -1R_A + 10 \cdot (1) \cdot (0.5) + 3.54 \cdot (3) - 10$$

$$= -1R_A + 5 + 10.61 - 10$$

$$= -1R_A + 5.61 = 0 \Rightarrow$$

$$R_A = \frac{5.61}{1} = 5.61 \text{ кН}$$

Сумма моментов всех сил относительно точки А должна равняться нулю:

$$\sum MA = R_B(1) - q \cdot (1) \cdot (0.5) + F \cdot \sin(45^\circ) \cdot (2) - M$$

$$= 1R_B - 10 \cdot (1) \cdot (0.5) + 3.54 \cdot (2) - 10$$

$$= 1R_B - 5 + 7.07 - 10$$

$$= 1R_B - 7.93 = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{7.93}{1} = 7.93 \text{ кН}$$

Проверка: сумма проекций всех сил на вертикальную ось должна равняться нулю:

$$\sum Y = R_A + R_B - q \cdot 1 - F \cdot \sin(45^\circ) = 0$$

$$= 5.61 + 7.93 - 10 - 3.54 = 0$$

$$13.54 - 13.54 = 0 \approx 0$$

Проверка пройдена

Пошаговый расчет построения эпюр

Начальные параметры

Начальные параметры θ_0 и w_0 определим из условия нулевых прогибов над опорами А и В.

1. Условие для опоры А ($z = 2\text{м}$)

Общее уравнение для прогиба:

$$EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^3}{6} + M \cdot \frac{(z-1\text{м})^2}{2} + R_A \cdot \frac{(z-2\text{м})^3}{6} - q \cdot \frac{(z-2\text{м})^4}{24} = 0$$

Подставим числовые значения:

$$EIw_0 + EI\theta_0 \cdot 2 - \frac{3.54 \cdot 2^3}{6} + \frac{10 \cdot (2-1)^2}{2} + \frac{5.61 \cdot (2-2)^3}{6} - \frac{10 \cdot (2-2)^4}{24} + \frac{10 \cdot (2-3)^4}{24} = 0$$

2. Условие для опоры В (z = 3м)

Общее уравнение для прогиба:

$$EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^3}{6} + M \cdot \frac{(z-1\text{м})^2}{2} + R_A \cdot \frac{(z-2\text{м})^3}{6} - q \cdot \frac{(z-2\text{м})^4}{24} + q \cdot \frac{(z-3\text{м})^4}{24} + R_B \cdot \frac{(z-3\text{м})^3}{6} = 0$$

Подставим числовые значения:

$$EIw_0 + EI\theta_0 \cdot 3 - \frac{3.54 \cdot 3^3}{6} + \frac{10 \cdot (3-1)^2}{2} + \frac{5.61 \cdot (3-2)^3}{6} - \frac{10 \cdot (3-2)^4}{24} + \frac{10 \cdot (3-3)^4}{24} + \frac{7.93 \cdot (3-3)^3}{6} = 0$$

3. Система уравнений

После вычисления известных слагаемых и переноса их в правую часть, получаем систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} EIw_0 + EI\theta_0 \cdot 2 = -0.29 \\ EIw_0 + EI\theta_0 \cdot 3 = -4.61 \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем:

$$EI\theta_0 = -4.32 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

$$EIw_0 = 8.36 \text{ кН} \cdot \text{м}^3$$

Построение эпюр

Эпюра N:

Участок 1 (0м ≤ z ≤ 1м):

$$N(z) = -F \cdot \cos(45^\circ) = -3.54 = -3.54 \text{ кН}$$

Участок 2 (1м ≤ z ≤ 2м):

$$N(z) = -F \cdot \cos(45^\circ) = -3.54 = -3.54 \text{ кН}$$

Участок 3 (2м ≤ z ≤ 3м):

$$N(z) = -F \cdot \cos(45^\circ) - R_A x = -3.54 + 3.54 = 0 \text{ кН}$$

Участок 4 (3м ≤ z ≤ 5м):

$$N(z) = -F \cdot \cos(45^\circ) - R_A x = -3.54 + 3.54 = 0 \text{ кН}$$

Эпюра Q:

Участок 1 (0м ≤ z ≤ 1м):

$$Q(z) = -F \cdot \sin(45^\circ)$$

$$Q(0\text{м}) = -3.54 \text{ кН}$$

$$Q(1\text{м}) = -3.54 \text{ кН}$$

Участок 2 (1м ≤ z ≤ 2м):

$$Q(z) = -F \cdot \sin(45^\circ)$$

$$Q(1\text{м}) = -3.54 \text{ кН}$$

$$Q(2\text{м}) = -3.54 \text{ кН}$$

Участок 3 (2м ≤ z ≤ 3м):

$$Q(z) = -F \cdot \sin(45^\circ) + R_A - q \cdot (z-2\text{м})$$

$$Q(2\text{м}) = 2.07 \text{ кН}$$

$$Q(3\text{м}) = -7.93 \text{ кН}$$

На этом участке эпюра Q пересекает горизонтальную ось:

$$Q(z) = -F \cdot \sin(45^\circ) + R_A - q \cdot (z - 2_m) = 0 \Rightarrow z = 2.21_m$$

На этом пересечении эпюра M достигает экстремума (max/min) при $z = 2.21_m$.

Участок 4 ($3_m \leq z \leq 5_m$):

$$Q(z) = -F \cdot \sin(45^\circ) + R_A - q \cdot 1 + R_B$$

$$Q(3_m) = 0 \text{ кН}$$

$$Q(5_m) = 0 \text{ кН}$$

Эпюра M:

Участок 1 ($0_m \leq z \leq 1_m$):

$$M(z) = -F \cdot \sin(45^\circ) \cdot z$$

$$M(0_m) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(1_m) = -3.54 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок 2 ($1_m \leq z \leq 2_m$):

$$M(z) = -F \cdot \sin(45^\circ) \cdot z + M$$

$$M(1_m) = 6.46 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(2_m) = 2.93 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок 3 ($2_m \leq z \leq 3_m$):

$$M(z) = -F \cdot \sin(45^\circ) \cdot z + M + R_A \cdot (z - 2_m) - q \cdot \frac{(z - 2_m)^2}{2}$$

$$M(2_m) = 2.93 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(2.21_m) = 3.14 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(3_m) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок 4 ($3_m \leq z \leq 5_m$):

$$M(z) = -F \cdot \sin(45^\circ) \cdot z + M + R_A \cdot (z - 2_m) - q \cdot \frac{(z - 2_m)^2}{2} + q \cdot \frac{(z - 3_m)^2}{2} + R_B \cdot (z - 3_m)$$

$$M(3_m) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(5_m) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Эпюра EIθ:

Участок 1 ($0_m \leq z \leq 1_m$):

$$EI\theta(z) = EI\theta_0 - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^2}{2}$$

$$EI\theta(0_m) = -4.32 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

$$EI\theta(1_m) = -6.09 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

Участок 2 ($1_m \leq z \leq 2_m$):

$$EI\theta(z) = EI\theta_0 - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^2}{2} + M \cdot (z - 1_m)$$

$$EI\theta(1_m) = -6.09 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

$$EI\theta(2M) = -1.39 \kappa H \cdot M^2$$

Участок 3 ($2M \leq z \leq 3M$):

$$EI\theta(z) = EI\theta_0 - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^2}{2} + M \cdot (z - 1M) + R_A \cdot \frac{(z - 2M)^2}{2} - q \cdot \frac{(z - 2M)^3}{6}$$

$$EI\theta(2M) = -1.39 \kappa H \cdot M^2$$

$$EI\theta(3M) = 0.9 \kappa H \cdot M^2$$

На этом участке эпюра $EI\theta$ пересекает горизонтальную ось:

$$EI\theta(z) = EI\theta_0 - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^2}{2} + M \cdot (z - 1M) + R_A \cdot \frac{(z - 2M)^2}{2} - q \cdot \frac{(z - 2M)^3}{6} = 0 \Rightarrow z = 2.46M$$

На этом пересечении эпюра EIw достигает максимального прогиба при $z = 2.46M$.

Участок 4 ($3M \leq z \leq 5M$):

$$EI\theta(z) = EI\theta_0 - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^2}{2} + M \cdot (z - 1M) + R_A \cdot \frac{(z - 2M)^2}{2} - q \cdot \frac{(z - 2M)^3}{6} + q \cdot \frac{(z - 3M)^3}{6} + R_B \cdot \frac{(z - 3M)^2}{2}$$

$$EI\theta(3M) = 0.9 \kappa H \cdot M^2$$

$$EI\theta(5M) = 0.9 \kappa H \cdot M^2$$

Эпюра EIw :

Участок 1 ($0M \leq z \leq 1M$):

$$EIw(z) = EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^3}{6}$$

$$EIw(0M) = 8.36 \kappa H \cdot M^3$$

$$EIw(1M) = 3.45 \kappa H \cdot M^3$$

Участок 2 ($1M \leq z \leq 2M$):

$$EIw(z) = EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^3}{6} + M \cdot \frac{(z - 1M)^2}{2}$$

$$EIw(1M) = 3.45 \kappa H \cdot M^3$$

$$EIw(2M) = 0 \kappa H \cdot M^3$$

Участок 3 ($2M \leq z \leq 3M$):

$$EIw(z) = EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^3}{6} + M \cdot \frac{(z - 1M)^2}{2} + R_A \cdot \frac{(z - 2M)^3}{6} - q \cdot \frac{(z - 2M)^4}{24}$$

$$EIw(2M) = 0 \kappa H \cdot M^3$$

$$EIw(2.46M) = -0.32 \kappa H \cdot M^3$$

$$EIw(3M) = 0 \kappa H \cdot M^3$$

Участок 4 ($3M \leq z \leq 5M$):

$$EIw(z) = EIw_0 + EI\theta_0 \cdot z - F \cdot \sin(45^\circ) \cdot \frac{z^3}{6} + M \cdot \frac{(z - 1M)^2}{2} + R_A \cdot \frac{(z - 2M)^3}{6} - q \cdot \frac{(z - 2M)^4}{24} + q \cdot \frac{(z - 3M)^4}{24} + R_B \cdot \frac{(z - 3M)}{6}$$

$$EIw(3M) = 0 \kappa H \cdot M^3$$

$$EIw(5M) = 1.81 \kappa H \cdot M^3$$