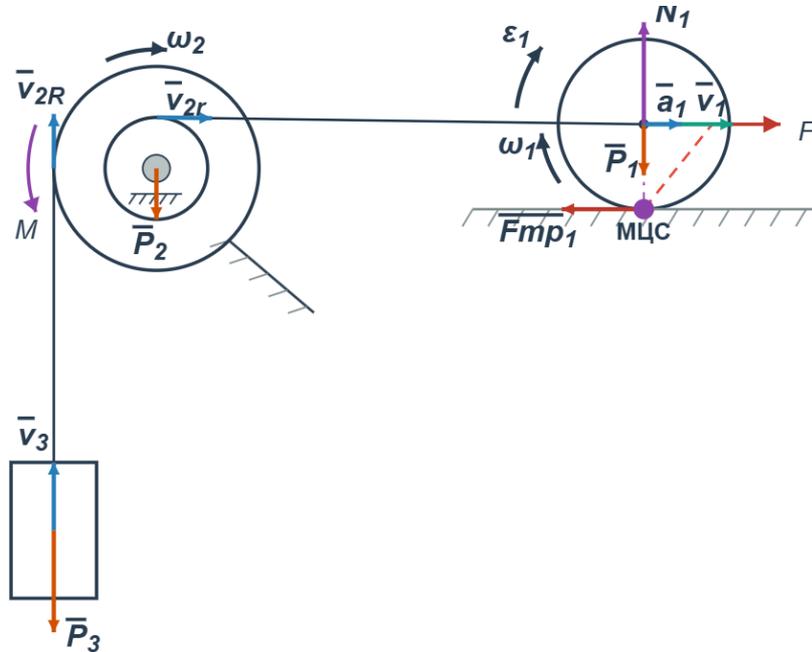


Расчетная схема

Решение:

Изображаем расчетную схему, на которой показываем кинематическую связь между телами и все действующие силы в механической системе.



Пользуясь расчетной схемой запишем кинематические соотношения, выразив скорости всех тел через V_1 .

$$\omega_1 = \frac{V_1}{R_1}; \quad V_{2r} = V_1; \quad \omega_2 = \frac{V_1}{r_2}; \quad V_{2R} = \frac{V_1 \cdot R_2}{r_2}; \quad V_3 = \frac{V_1 \cdot R_2}{r_2}$$

Согласно теореме об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме $\frac{dT}{dt} = W^e$ ($W^i = 0$), вычисляем кинетическую энергию механической системы через скорость V_1 .

$$T = \sum_{k=1}^3 T_k = T_1 + T_2 + T_3$$

Тело 1

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} J_{c1} \omega_1^2 - \text{плоское движение тела}$$

$$V_1 = V_1 - \text{скорость центра масс тела 1}$$

$$J_{c1} = \frac{1}{2} m_1 R_1^2 - \text{момент инерции тела 1}$$

$$\omega_1 = \frac{V_1}{R_1} - \text{угловая скорость тела 1}$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 (V_1)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m_1 R_1^2 \right) \left(\frac{V_1}{R_1} \right)^2$$

Тело 2

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{c2} \omega_2^2 - \text{вращение тела вокруг неподвижной оси}$$

ρ_2 - радиус инерции тела 2

$$J_{c2} = m_2 \rho_2^2 - \text{момент инерции тела 2}$$

$$\omega_2 = \frac{V_1}{r_2} - \text{угловая скорость тела 2}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} (m_2 \rho_2^2) \left(\frac{V_1}{r_2} \right)^2$$

Тело 3

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_3^2 - \text{поступательное движение тела}$$

$$V_3 = \frac{V_1 \cdot R_2}{r_2} - \text{скорость тела 3}$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_3^2 = \frac{1}{2} m_3 \left(\frac{V_1 \cdot R_2}{r_2} \right)^2$$

Окончательно получаем

$$T = \frac{1}{2} V_1^2 \left(\frac{3}{2} \cdot m_1 + \frac{\rho_2^2 \cdot m_2}{r_2^2} + \frac{R_2^2 \cdot m_3}{r_2^2} \right)$$

$$\frac{dT}{dt} = a_1 \cdot V_1 \left(\frac{3}{2} \cdot m_1 + \frac{\rho_2^2 \cdot m_2}{r_2^2} + \frac{R_2^2 \cdot m_3}{r_2^2} \right)$$

Вычисляем мощность всех внешних сил:

$$W^e = -M \cdot \omega_2 + F \cdot V_1 - P_3 \cdot V_3 = V_1 \left(-M \cdot \frac{1}{r_2} + F - m_3 g \cdot \frac{R_2}{r_2} \right)$$

Тогда окончательно получаем:

$$\frac{dT}{dt} = W^e \implies a_1 = \frac{-M \cdot \frac{1}{r_2} + F - m_3 g \cdot \frac{R_2}{r_2}}{\frac{3}{2} \cdot m_1 + \frac{\rho_2^2 \cdot m_2}{r_2^2} + \frac{R_2^2 \cdot m_3}{r_2^2}}$$