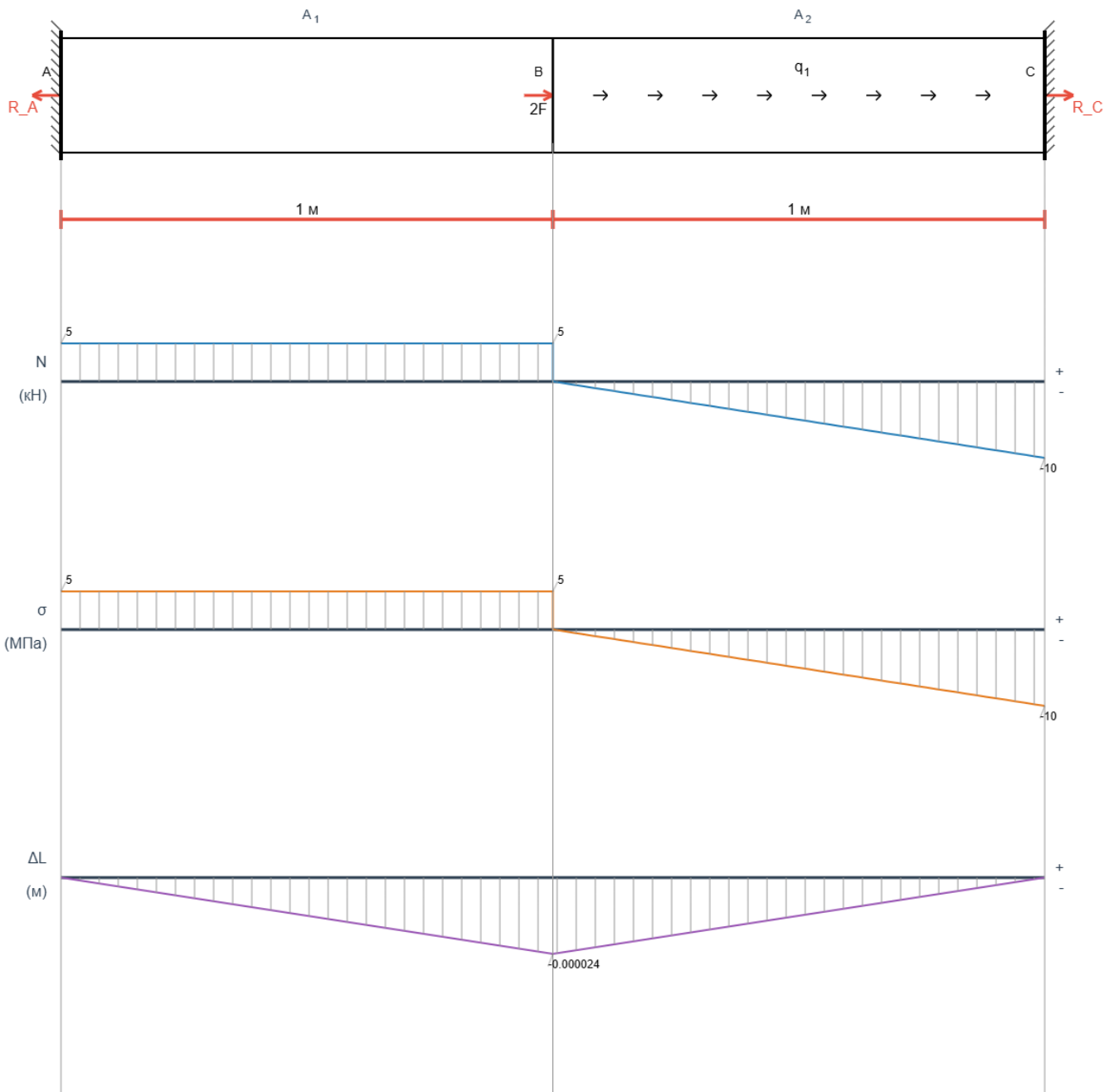




Пошаговый расчет

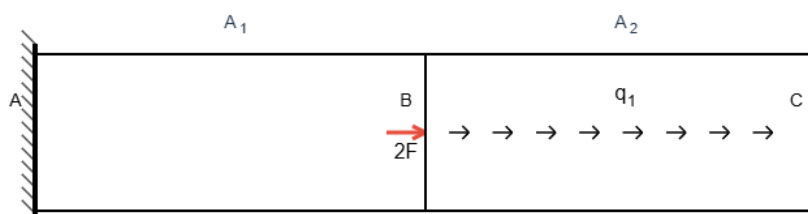
Дано: $2F = 5 \text{ кН}$, $A_1 = 10 \text{ см}^2$, $A_2 = 10 \text{ см}^2$, $q_1 = 10 \text{ кН/м}$, $A_2 = 10 \text{ см}^2$, $A_2 = 10 \text{ см}^2$

Схема статически неопределима. Решение такой схемы предполагает раскрытие статической неопределимости.

Чтобы раскрыть статическую неопределимость, представим схему в виде статически определимой (без правой опоры)

и приравняем перемещение правого конца к нулю.

Определим продольные силы на участках стержня, начиная с правого, без учёта реакции R_C :



$$\text{Участок } CB : N_z = q_1 \cdot z$$

$$N_z(C) (z = 0_m) : 0 \text{ кН}$$

$$N_z(B) (z = 1_m) : 10 \text{ кН}$$

$$\text{Участок } BA : N_z = q_1 \cdot 1 + 2F = 15 \text{ кН}$$

Удлинения участков определяем по закону Гука, учитывая следующие параметры:

Продольная сила N (кН), длина l (м), площадь A (см²),

и модуль упругости материала E (МПа).

$$\text{Строим эпюру } \Delta L : \quad \Delta L = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$$

$$\text{Участок } CB : \Delta L = \frac{\left(\frac{0+10}{2}\right) \cdot 10^3 \cdot 1}{2.1 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = +0.000024 \text{ м}$$

$$\text{Участок } BA : \Delta L = \frac{15 \cdot 10^3 \cdot 1}{2.1 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = +0.000071 \text{ м}$$

$$\Delta L = +0.000024 + 0.000071 = 0.000095 \text{ м}$$

Определим удлинение стержня от действия реакции правой опоры R_C , направленной вправо:

$$\text{Участок } CB : \Delta L_{R_C} = \frac{R_C \cdot 10^3 \cdot 1}{2.1 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 0.004762 \cdot R_C \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$\text{Участок } BA : \Delta L_{R_C} = \frac{R_C \cdot 10^3 \cdot 1}{2.1 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 0.004762 \cdot R_C \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$\Delta L_{R_C} = 0.004762 \cdot R_C \cdot 10^3 + 0.004762 \cdot R_C \cdot 10^3 = 0.009524 \cdot R_C \cdot 10^3 \text{ м}$$

Поскольку в опоре перемещение равно нулю, реакцию R_C можно найти из условия равенства перемещений:

$$\Delta L + \Delta L_{R_C} = 0$$

Где:

ΔL — общее удлинение стержня от действия нагрузок, ранее найденное как: 0.000095 м

ΔL_{R_C} — удлинение стержня от действия реакции R_C , равное: $0.009524 \cdot R_C \cdot 10^3 \text{ м}$

$$\text{Из условия: } \Delta L + \Delta L_{R_C} = 0$$

Подставляем значения и получаем:

$$0.000095 \text{ м} + (0.009524 \cdot R_C \cdot 10^3 \text{ м}) = 0$$

$$R_C = -\frac{0.000095 \cdot 10^3}{0.009524} = -10 \text{ кН}$$

$$\text{Реакция Правой опоры: } R_C = -10 \text{ кН}$$

Дальнейший расчет производим как для статически определимого стержня,

учитывая реакцию $R_C = -10 \text{ кН}$ как обычную силу.

Определим продольные силы на участках стержня, начиная с правого.

Расчёт с учётом реакции R_C :

$$\text{Участок } CB : N_z = R_C + q_1 \cdot z$$

$$N_z(C) (z = 0_m) : -10 \text{ кН}$$

$$N_z(B) (z = 1_m) : 0 \text{ кН}$$

$$\text{Участок } BA : N_z = R_C + q_1 \cdot 1 + 2F = 5 \text{ кН}$$

$$\text{Строим эпюру } \sigma_z : \quad \sigma_z = \frac{N_z}{A}$$

Участок CB :

$$\text{Точка } C (z = 0_m) : \sigma_z = \frac{-10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -10 \text{ МПа}$$

$$\text{Точка } B (z = 1_m) : \sigma_z = \frac{0 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 0 \text{ МПа}$$

$$\text{Участок } BA : \sigma_z = \frac{5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 5 \text{ МПа}$$

$$\text{Строим эпюру } \Delta L : \Delta L = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$$

$$\Delta L(C) = 0 \text{ м}$$

$$\Delta L(B) = \Delta L(C) + \frac{\left(\frac{(-10) + 0}{2}\right) \cdot 10^3 \cdot 1}{2.1 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 0 - 0.000024 = -0.000024 \text{ м}$$

$$\Delta L(A) = \Delta L(B) + \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 1}{2.1 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -0.000024 + 0.000024 = 0 \text{ м}$$

Расчет коэффициента запаса прочности:

Максимальное напряжение: $\sigma_{\max} = 10 \text{ МПа}$

Предел текучести: $\sigma_T = 250 \text{ МПа}$

$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{250}{10} = 25$$

Допустимое напряжение:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{250}{25} = 10 \text{ МПа}$$

Площадь опасного сечения:

$$A = \frac{N_{\max}}{[\sigma]} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{10 \cdot 10^{11}} = 10 \text{ см}^2$$

Вывод формулы для расчёта диаметра:

Исходим из условия прочности на растяжение:

$$[\sigma] = \frac{N_{\max}}{A} \Rightarrow A = \frac{N_{\max}}{[\sigma]}$$

$$\text{Площадь круглого сечения: } A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\text{Приравняем: } \frac{\pi d^2}{4} = \frac{N_{\max}}{[\sigma]}$$

$$\text{Выразим диаметр: } d^2 = \frac{4N_{\max}}{\pi[\sigma]} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4N_{\max}}{\pi[\sigma]}}$$

Расчёт минимального диаметра стержня (опасный участок):

$$d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot N_{\max}}{\pi \cdot [\sigma]}}$$

$$\text{Подставляем: } d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 10 \cdot 10^3}{\pi \cdot 10 \cdot 10^6}} = 0.035682 \text{ м} = 35.68 \text{ мм}$$

Минимальный диаметр стержня для опасного участка: **35.68 мм**.

Расчёт работы внешних сил (опасный участок):

$$\Delta l = \frac{N_{\max} \cdot l}{E \cdot A}$$

$$\text{Подставляем: } \Delta l = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 1}{2.1 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 0 \text{ м}$$

$$A = 0.5 \cdot N_{\max} \cdot \Delta l$$

$$\text{Подставляем: } A = 0.5 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0 = 0.24 \text{ Дж}$$

Работа внешних сил для опасного участка: **0.24 Дж**.

Расчёт потенциальной энергии деформации (опасный участок):

$$U = 0.5 \cdot \frac{N_{\text{max}}^2 \cdot l}{E \cdot A}$$

Подставляем: $U = 0.5 \cdot \frac{(10 \cdot 10^3)^2 \cdot 1}{2.1 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 0.24 \text{ Дж}$

Потенциальная энергия деформации: **0.24 Дж**.