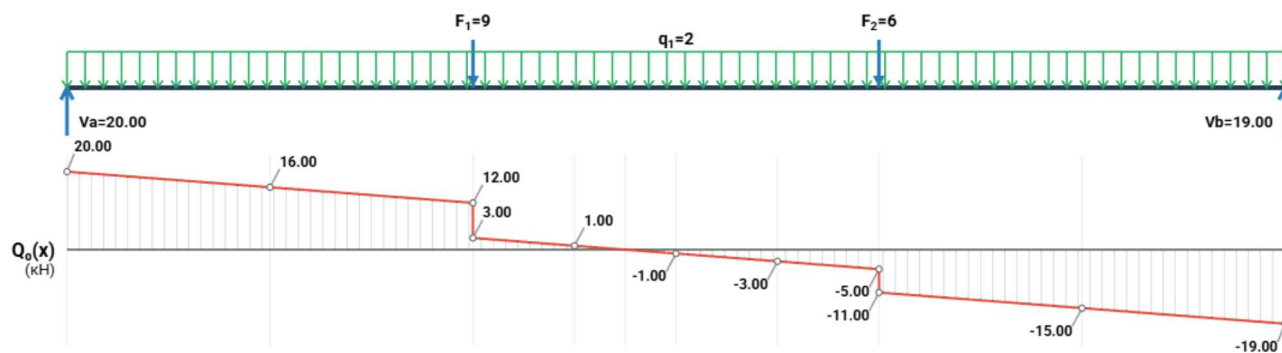
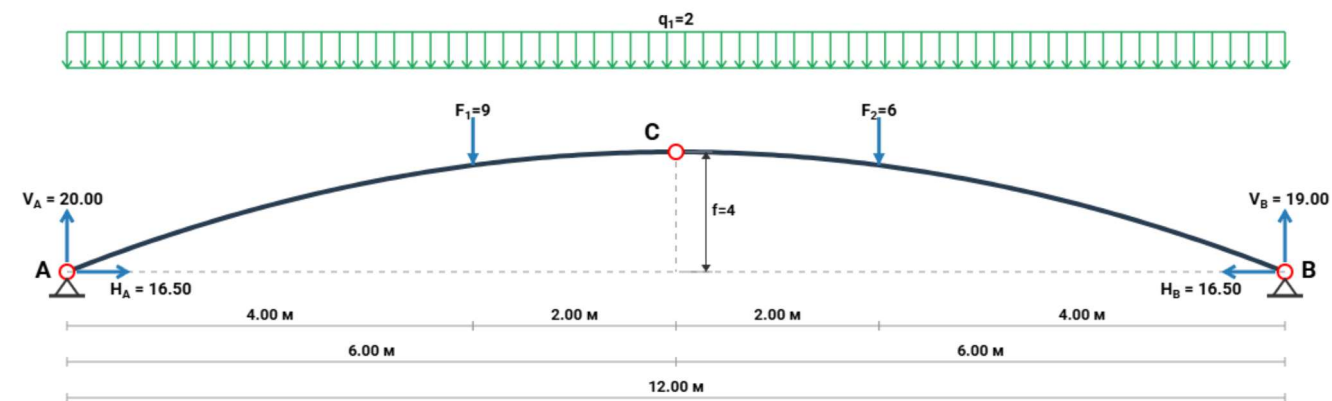


Подробный пошаговый расчет

1. Определение опорных реакций и распора

1.1 Сумма моментов всех сил относительно левой опоры А:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_B \cdot 12 - F_1 \cdot 4 - F_2 \cdot 8 - q_1 \cdot 12 \cdot 6 = 0$$

$$V_B \cdot 12 - 9 \cdot 4 - 6 \cdot 8 - 2 \cdot 12 \cdot 6 = 0$$

$$V_B = \frac{228}{12} = 19 \text{ кН}$$

1.2 Сумма моментов всех сил относительно правой опоры В:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -V_A \cdot 12 + F_1 \cdot 8 + F_2 \cdot 4 + q_1 \cdot 12 \cdot 6 = 0$$

$$-V_A \cdot 12 + 9 \cdot 8 + 6 \cdot 4 + 2 \cdot 12 \cdot 6 = 0$$

$$V_A = \frac{240}{12} = 20 \text{ кН}$$

1.3 Сумма моментов относительно центрального шарнира С (для левой части балки):

$$\sum M_C^{\text{лев}} = 0 \Rightarrow V_A \cdot 6 - H_A \cdot 4 - F_1 \cdot 2 - q_1 \cdot 6 \cdot 3 = 0$$

$$20 \cdot 6 - H_A \cdot 4 - 9 \cdot 2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 = 0$$

$$H_A = \frac{120 - 54}{4} = 16.5 \text{ кН}$$

$$H_A = H_B = H = 16.5 \text{ кН}$$

1.4 Проверка. Сумма проекций всех сил на ось Y:

$$\sum Y = V_A + V_B - F_1 - F_2 - q_1 \cdot 12 = 0$$

$$20 + 19 - 9 - 6 - 2 \cdot 12 = 0 \approx 0$$

Условие равновесия выполняется.

2. Расчет балочных усилий $Q_0(x)$ и $M_0(x)$

В соответствии с методом сечений, идем слева направо (от $x = 0$).

Участок 1: $0 \leq x \leq 4 \text{ м}$

$$Q_0(x) = V_A - q_1 x$$

$$M_0(x) = V_A \cdot x - \frac{q_1 x^2}{2}$$

Вычисляем значения в характерных точках участка (Начало, Середина, Конец):

$$Q_0(0) = 20 \text{ кН} \quad ; \quad M_0(0) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Q_0(2) = 16 \text{ кН} \quad ; \quad M_0(2) = 36 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Q_0(4) = 12 \text{ кН} \quad ; \quad M_0(4) = 64 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок 2: $4 \leq x \leq 8 \text{ м}$

$$Q_0(x) = V_A - F_1 - q_1 x$$

$$M_0(x) = V_A \cdot x - F_1(x - 4) - \frac{q_1 x^2}{2}$$

Вычисляем значения в характерных точках участка (Начало, Середина, Конец):

$$Q_0(4) = 3 \text{ кН} ; \quad M_0(4) = 64 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Q_0(6) = -1 \text{ кН} ; \quad M_0(6) = 66 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Q_0(8) = -5 \text{ кН} ; \quad M_0(8) = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Экстремум на участке: Эпюра $Q_0(x)$ пересекает ноль, значит эпюра $M_0(x)$ имеет экстремум. Найдем координату $x_{\text{экс}}$:

$$Q_0(x) = 0 \Rightarrow 20 - 9 - 2x_{\text{экс}} = 0$$

$$3 - 2(x_{\text{экс}} - 4) = 0$$

$$x_{\text{экс}} = 4 + \frac{3}{2} = 5.5 \text{ м}$$

$$M_0^{\text{max}}(5.5) = 66.25 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок 3: $8 \leq x \leq 12 \text{ м}$

$$Q_0(x) = V_A - F_1 - F_2 - q_1 x$$

$$M_0(x) = V_A \cdot x - F_1(x - 4) - F_2(x - 8) - \frac{q_1 x^2}{2}$$

Вычисляем значения в характерных точках участка (Начало, Середина, Конец):

$$Q_0(8) = -11 \text{ кН} ; \quad M_0(8) = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Q_0(10) = -15 \text{ кН} ; \quad M_0(10) = 34 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Q_0(12) = -19 \text{ кН} ; \quad M_0(12) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3. Определение внутренних усилий в сечениях арки

Для получения уравнений внутренних усилий применяется метод сечений. Усилия в арке (M_x, Q_x, N_x) выражаются через балочные усилия (M_0, Q_0) , распор H и угол наклона касательной к оси арки φ_x :

$$M_x = M_0(x) - H \cdot y_x$$

$$Q_x = Q_0(x) \cdot \cos \varphi_x - H \cdot \sin \varphi_x$$

$$N_x = -Q_0(x) \cdot \sin \varphi_x - H \cdot \cos \varphi_x$$

а) При очертании оси по параболе (где l — полный пролет):

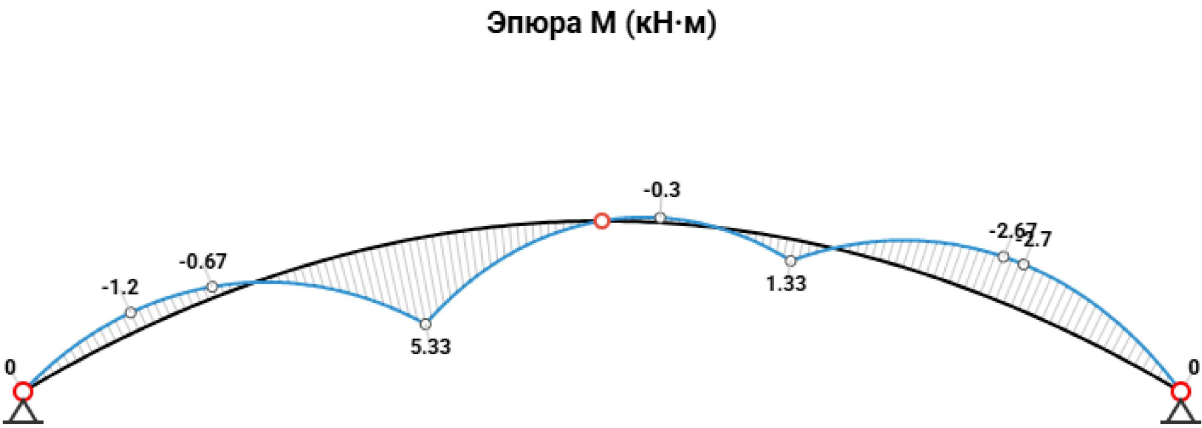
$$y_x = \frac{4fx(l-x)}{l^2} ; \quad \text{tg} \varphi_x = \frac{4f(l-2x)}{l^2}$$

$$\cos \varphi_x = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_x}} \quad ; \quad \sin \varphi_x = \cos \varphi_x \cdot \operatorname{tg} \varphi_x$$

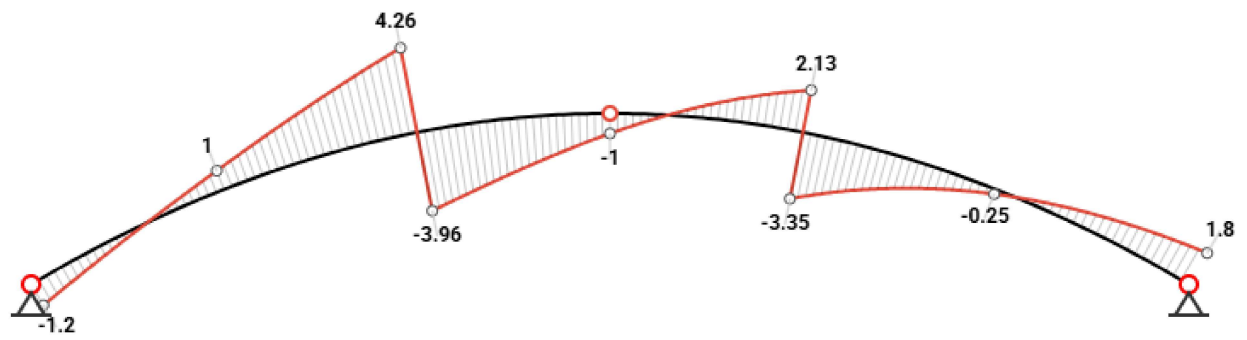
№ п/п	Координата, м		$\operatorname{tg} \varphi_x$	$\cos \varphi_x$	$\sin \varphi_x$	H (кН)	M_0 (кН·м)	Q_0 (кН)	M_x (кН·м)	Q_x (кН)	N_x (кН)
	x	y _x									
1	0	0	1.33	0.6	0.8	16.5	0	20	0	-1.2	-25.9
2	1.2	1.44	1.07	0.68	0.73	16.5	22.56	17.6	-1.2	0	-24.12
3	2	2.22	0.89	0.75	0.66	16.5	36	16	-0.67	1	-22.96
4	4	3.56	0.44	0.91	0.41	16.5	64	12	5.33	4.26	-19.95
								3		-3.96	-16.3
5	6	4	0	1	0	16.5	66	-1	0	-1	-16.5
6	6.6	3.96	-0.13	0.99	-0.13	16.5	65.04	-2.2	-0.3	0	-16.65
7	8	3.56	-0.44	0.91	-0.41	16.5	60	-5	1.33	2.13	-17.11
								-11		-3.35	-19.55
8	10	2.22	-0.89	0.75	-0.66	16.5	34	-15	-2.67	-0.25	-22.3
9	10.2	2.04	-0.93	0.73	-0.68	16.5	30.96	-15.4	-2.7	0	-22.57
10	12	0	-1.33	0.6	-0.8	16.5	0	-19	0	1.8	-25.1

4. Эпюры внутренних усилий на оси арки

Эпюры построены по нормали к оси арки. Точки на графиках строго соответствуют значениям из таблицы.



Эпюра Q (кН)



Эпюра N (кН)

