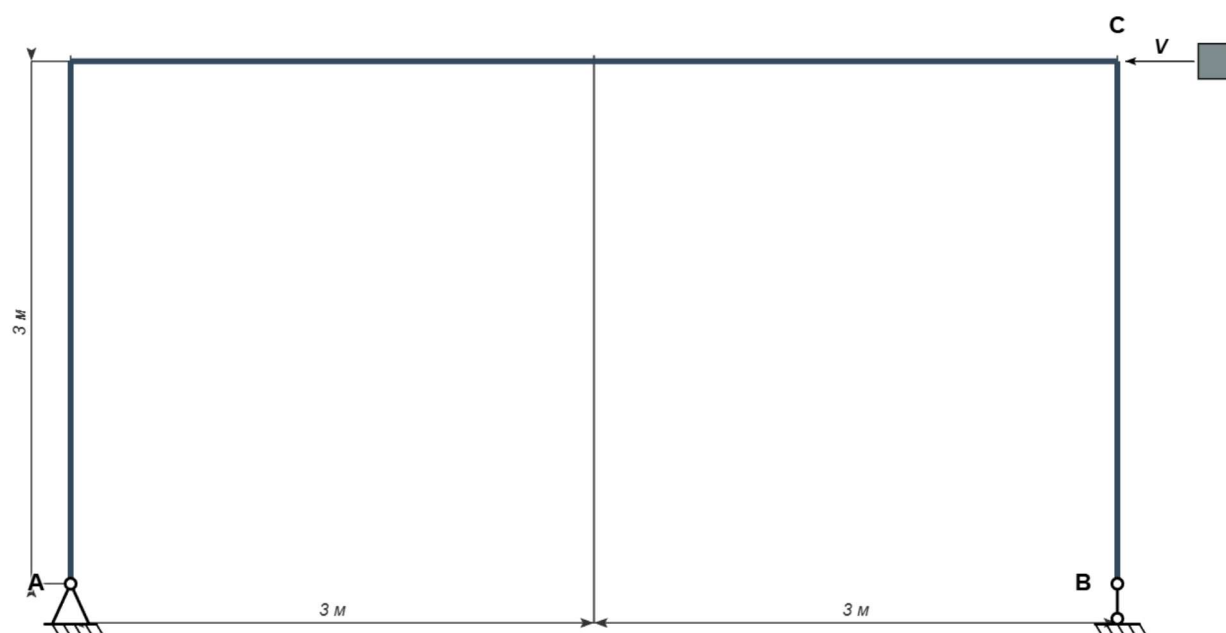


Дано:

Сосредоточенные силы:

$$P = 5 \text{ кН}$$

Грузовая схема



Расчетная схема (реакции)



Определение опорных реакций

Уравнения равновесия

1. Сумма моментов относительно точки A:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow$$

$$P \cdot 3 + R_B \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow 15 + 6 \cdot R_B = 0$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{-15}{6} = -2.5 \text{ кН}$$

2. Сумма проекций всех сил на X:

$$\sum F_x = 0$$

$$-P + X_A = 0$$

$$-5 + X_A = 0 \quad (1)$$

3. Сумма проекций всех сил на Y:

$$\sum F_y = 0$$

$$Y_A + R_B = 0$$

$$Y_A + (-2.5) = 0 \quad (2)$$

Из (1) и (2) находим:

$$X_A = 5 \text{ кН}$$

$$Y_A = 2.5 \text{ кН}$$

4. Проверка суммы моментов относительно точки В:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow$$

$$P \cdot 3 - Y_A \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow 15 - 15 = 0$$

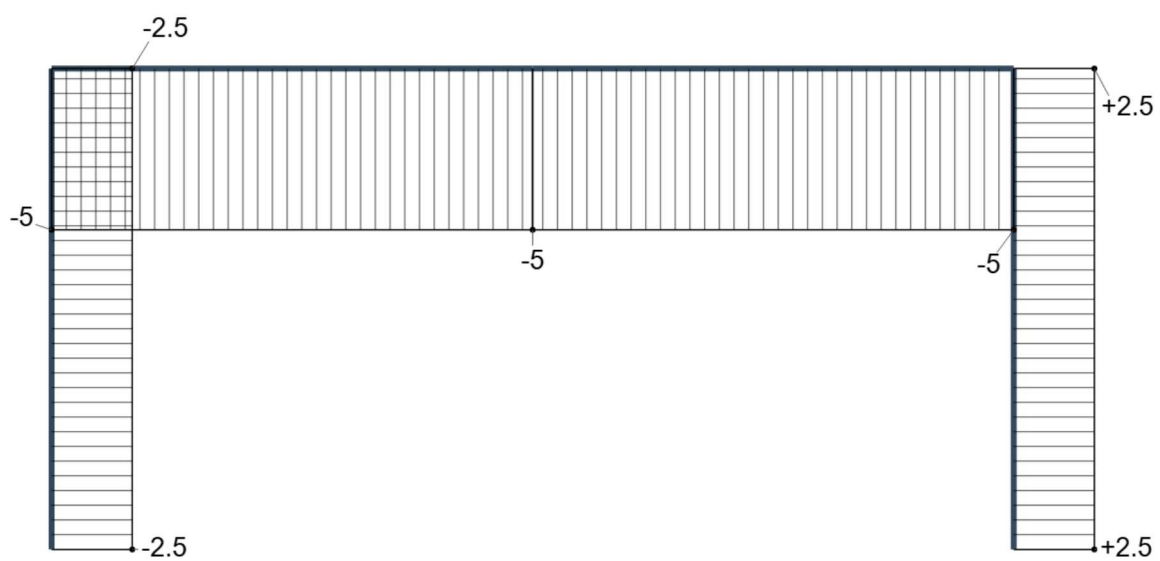
$$\Rightarrow \sum M_B = 0 \equiv 0$$

Вывод: реакции опор были верно определены

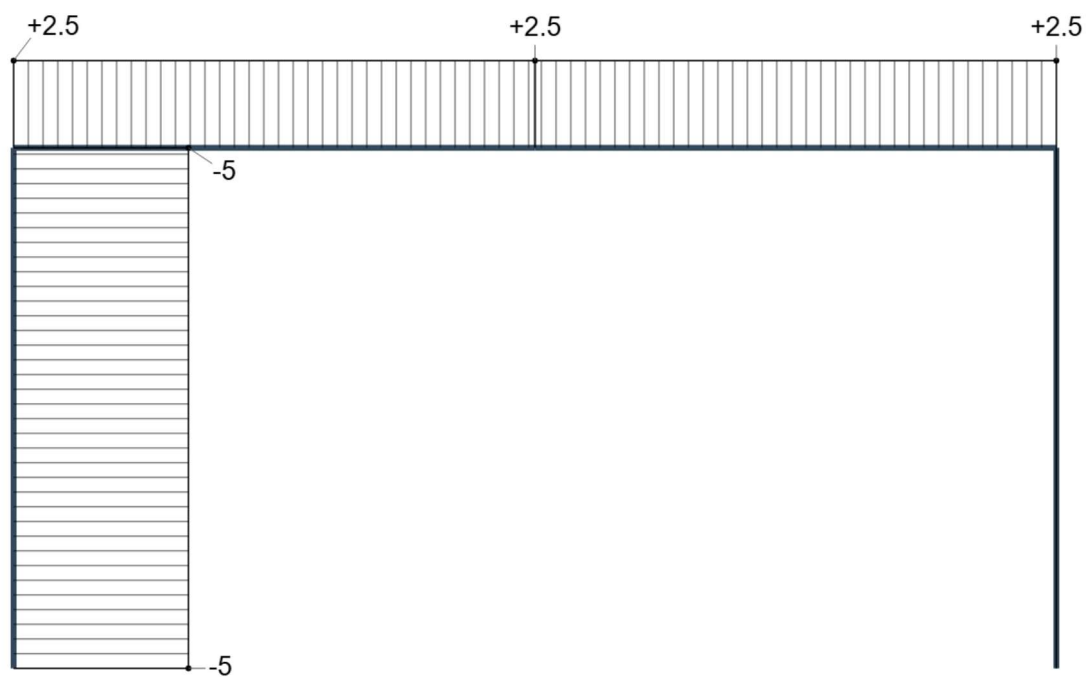
Схема реакций



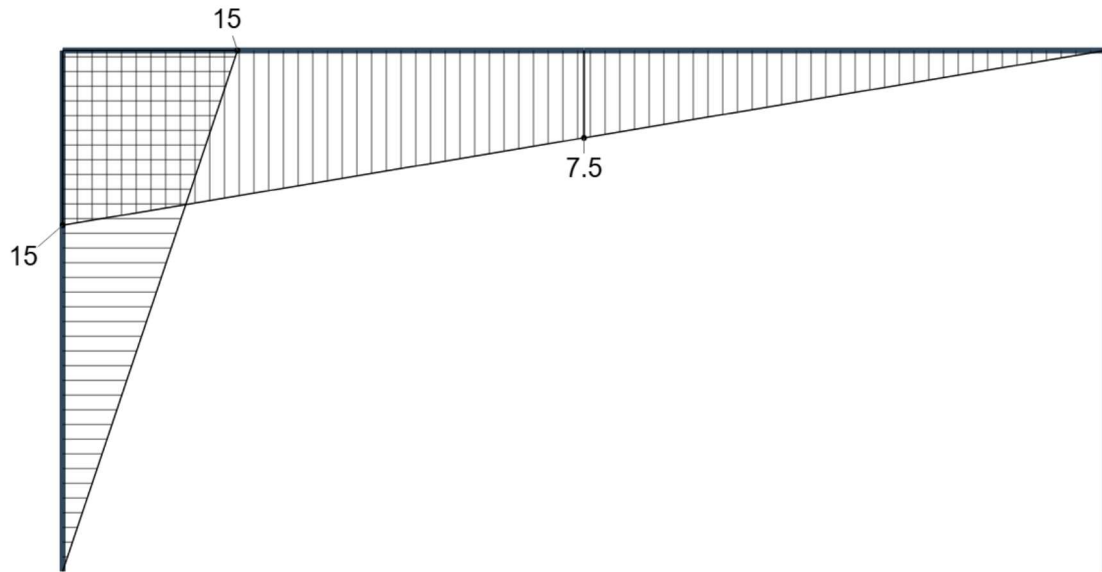
Эпюра продольных сил N



Эпюра поперечных сил Q



Эпюра изгибающих моментов М (На сжатом волокне)



Построение эпюр внутренних силовых факторов (N, Q, M)

Участок 1: $0 \leq z_1 \leq 3$

$$N(z_1) = -Y_A$$

$$N = -2.5 \text{ кН}$$

$$Q(z_1) = -X_A$$

$$Q = -5 \text{ кН}$$

$$M(z_1) = -X_A \cdot z_1$$

$$M(0) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(3) = -15 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок 2: $0 \leq z_2 \leq 3$

$$N(z_2) = -X_A$$

$$N = -5 \text{ кН}$$

$$Q(z_2) = Y_A$$

$$Q = 2.5 \text{ кН}$$

$$M(z_2) = -X_A \cdot 3 + Y_A \cdot z_2$$

$$M(0) = -15 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M(3) = -7.5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок 3: $0 \leq z_3 \leq 3$

$$N(z_3) = -R_B$$

$$N = 2.5 \text{ кН}$$

$$Q(z_3) = 0$$

$$M(z_3) = 0$$

$$M(0) = 0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M(3) = 0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$\textbf{Участок 4: } 0 \leq z_4 \leq 3$$

$$N(z_4) = -P$$

$$N = -5 \text{ кН}$$

$$Q(z_4) = -R_B$$

$$Q = 2.5 \text{ кН}$$

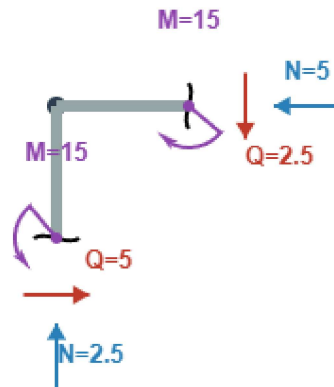
$$M(z_4) = R_B \cdot z_4$$

$$M(0) = 0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M(3) = -7.5 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Проверка равновесия узлов

Проверка узла 2

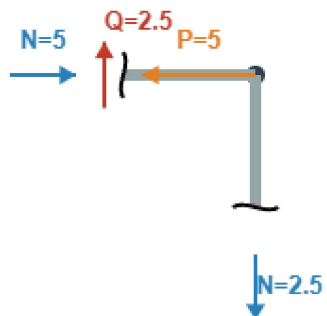


$$\Sigma F_x = 5 - 5 = 0$$

$$\Sigma F_y = 2.5 - 2.5 = 0$$

$$\Sigma M = 15 - 15 = 0$$

Проверка узла С



$$\Sigma F_x = 5 - 5 = 0$$

$$\Sigma F_y = 2.5 - 2.5 = 0$$

$$\Sigma M = 0 = 0$$

Единичное состояние (действие силы $\bar{P} = 1$)

Схема приложения единичной силы $\bar{P} = 1$



1. Расчет опорных реакций единичного состояния

Уравнения равновесия

1. Сумма моментов относительно точки A:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow$$

$$1 \cdot 3 + R_B \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3 + 6 \cdot R_B = 0$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{-3}{6} = -0.5$$

2. Сумма проекций всех сил на X:

$$\sum F_x = 0$$

$$-1 + X_A = 0$$

$$-1 + X_A = 0 \quad (1)$$

3. Сумма проекций всех сил на Y:

$$\sum F_y = 0$$

$$Y_A + R_B = 0$$

$$Y_A + (-0.5) = 0 \quad (2)$$

Из (1) и (2) находим:

$$X_A = 1$$

$$Y_A = 0.5$$

4. Проверка суммы моментов относительно точки В:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow$$

$$1 \cdot 3 - Y_A \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3 - 3 = 0$$

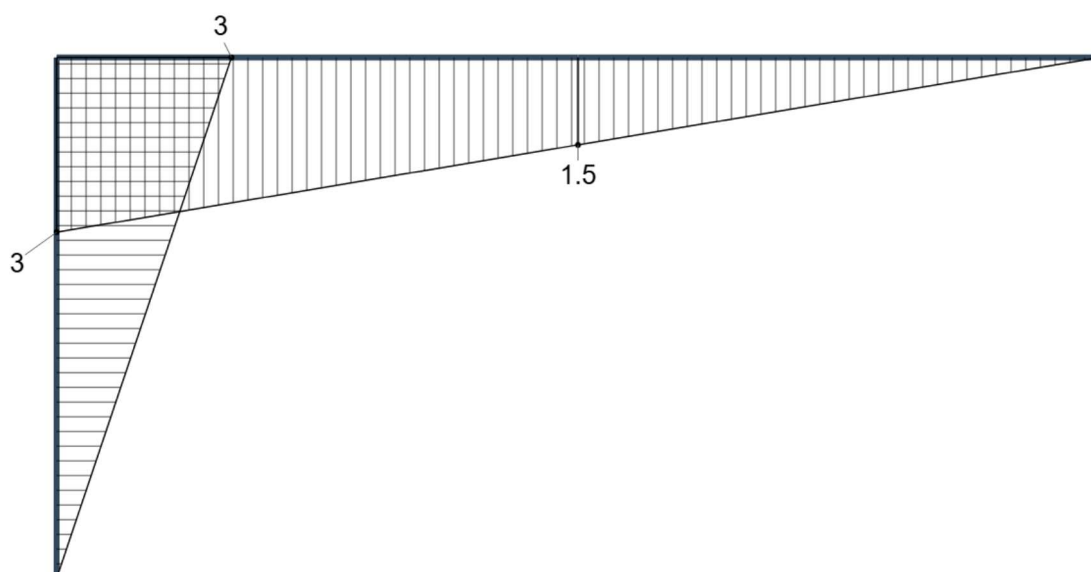
$$\Rightarrow \sum M_B = 0 \equiv 0$$

Вывод: реакции опор были верно определены

Схема участков (оси Z)



Единичная эпюра изгибающих моментов $\bar{M}_1$



Построение эпюры изгибающих моментов (M)

Участок 1: $0 \leq z_1 \leq 3$

$$M(z_1) = -X_A \cdot z_1$$

$$M(0) = 0$$

$$M(3) = -3$$

Участок 2: $0 \leq z_2 \leq 3$

$$M(z_2) = -X_A \cdot 3 + Y_A \cdot z_2$$

$$M(0) = -3$$

$$M(3) = -1.5$$

Участок 3: $0 \leq z_3 \leq 3$

$$M(z_3) = 0$$

$$M(0) = 0$$

$$M(3) = 0$$

Участок 4: $0 \leq z_4 \leq 3$

$$M(z_4) = R_B \cdot z_4$$

$$M(0) = 0$$

$$M(3) = -1.5$$

Определение статического прогиба и расчет на удар

Параметры удара: Точка удара — Узел 4 (С); Вес груза $G = 5000 \text{ Н} = 5 \text{ кН}$.

Геометрические характеристики сечения Двутавр №22 (ГОСТ 8239-89 (с уклоном полок)): $J_x = 2550 \text{ см}^4$; $W_x = 232 \text{ см}^3$.

1. Определение статического перемещения в точке удара

Перемножаем грузовую эпюру M_P (построенную от действия силы тяжести груза $P = G$) на единичную эпюру $\bar{M}_1$ от силы $\bar{P} = 1$ по правилу Симпсона:

$$\Delta_{ст} = \sum \int \frac{M_P \cdot \bar{M}_1}{EJ} dz = \frac{1}{EJ} \cdot \left[\underbrace{\frac{3}{6} \cdot [0 + 4 \cdot 7.5 \cdot 1.5 + 15 \cdot 3]}_{z_1} + \underbrace{\frac{3}{6} \cdot [15 \cdot 3 + 4 \cdot 11.25 \cdot 2.25 + 7.5 \cdot 1.5]}_{z_2} + \underbrace{\frac{3}{6} \cdot [(-7.5) \cdot (-1.5) + 4 \cdot (-3.75) \cdot (-0.75) + 0]}_{z_4} \right] = \frac{135}{EJ}$$

Определяем изгибную жесткость EJ :

$$EJ = E \cdot J_x = 200000 \cdot 10^3 \cdot 2550 \cdot 10^{-8} = 5100 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

Тогда статическое перемещение равно:

$$\Delta_{ст} = \frac{135}{5100} = 0.026471 \text{ м} = \mathbf{26.471 \text{ мм}}$$

2. Определение динамического коэффициента

При горизонтальном ударе тела со скоростью $V = 2 \text{ м/с}$:

$$k_{дин} = \sqrt{\frac{V^2}{g \cdot \Delta_{ст}}} = \sqrt{\frac{2^2}{9.81 \cdot 0.026471}} = \mathbf{3.92}$$

3. Динамическое перемещение в точке удара

$$\Delta_{дин} = k_{дин} \cdot \Delta_{ст} = 3.925 \cdot 26.471 = \mathbf{103.891 \text{ мм}}$$

4. Наибольшее нормальное напряжение при ударе

Максимальный статический изгибающий момент от груза: $M_{ст, \max} = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Наибольший динамический изгибающий момент:

$$M_{дин, \max} = k_{дин} \cdot M_{ст, \max} = 3.925 \cdot 15 = \mathbf{58.87 \text{ кН} \cdot \text{м}}$$

Наибольшее нормальное динамическое напряжение:

$$\sigma_{дин, \max} = \frac{M_{дин, \max}}{W_x} = \frac{58.87 \cdot 10^3}{232} = \mathbf{253.752 \text{ МПа}}$$